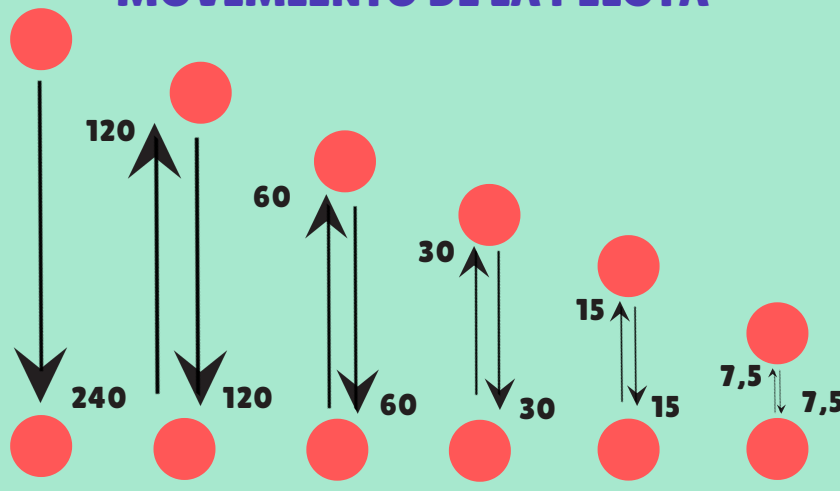


RECONOCIENDO UN PATRÓN INFINITO Y LA NOCIÓN DE LÍMITE

Plan diferenciado: "Límites, derivadas e integrales"

UNA PELOTA SE DEJA CAER DESDE UNA ALTURA DE 240 CENTÍMETROS, EN CADA REBOTE SE ALCANZA UNA ALTURA MÁXIMA DE $\frac{1}{2}$ DE LA ALTURA ANTERIOR Y SUPONIENDO QUE LOS REBOTES SON CONTINUOS, CALCULAREMOS LA ALTURA MÁXIMA DE CADA UNO Y LA DISTANCIA VERTICAL RECORRIDA POR LA PELOTA

MOVIMIENTO DE LA PELOTA



REBOTE	0	1	2	3	4	5
ALTURA MÁX (CM)	240	120	60	30	15	7,5

El patrón es el de una serie aritmética por lo que usaremos la siguiente fórmula para determinar su término general:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Una vez obtenido podemos hacernos preguntas como: ¿A qué altura máxima llegará la pelota en el décimo rebote?

$$a_n = 240 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

Para esto podemos usar los límites laterales de esta posición y definir un límite en ella, siempre y cuando consideremos que el rebote $n^{\circ}10$, es la posición $n^{\circ}11$ de la tabla y de la progresión.

$$\lim_{n \rightarrow 11^-} 240 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10.99-1} = \lim_{n \rightarrow 11^-} 240 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{9.99} \approx 0,23$$

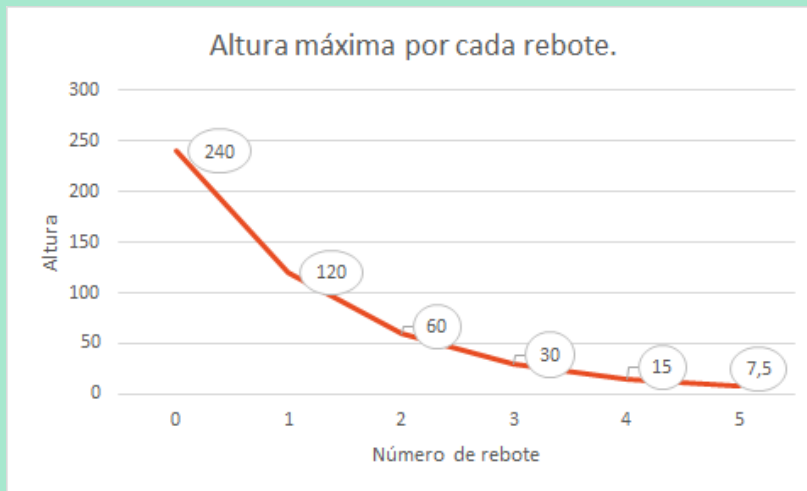
$$\lim_{n \rightarrow 11^+} 240 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{11.01-1} = \lim_{n \rightarrow 11^+} 240 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10.01} \approx 0,23$$

Como los límites laterales coinciden, el límite de cuando n tiende a 11 nos dice que en el décimo rebote se alcanzará una altura de 0,23 cm.

$$\lim_{n \rightarrow 11} 240 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \approx 0,23$$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Cuando los rebotes tienden al infinito, podemos ver en la gráfica que la altura alcanzada tiende a cero, por lo que cada vez la pelota está más cerca del suelo.



REBOTE	0	1	2	3	4	5
DISTANCIA (CM)	240	240	120	60	30	15

Ahora respecto a la distancia recorrida por la pelota, necesitaremos analizar su movimiento hacia de subida y bajada por separado.

Bajada = consideraremos todas las posiciones de la tabla

$$\sum_{n=1}^6 240 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

Subida = consideramos todas las posiciones menos la primera, ya que al rebote cero la pelota no sube.

$$\sum_{n=1}^5 120 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

Así que la distancia total recorrida por la pelota es:

$$\sum_{n=1}^6 240 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \sum_{n=1}^5 120 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

Al ser el valor absoluto de la razón ($\frac{1}{2}$) es menor a 1, significa que podemos calcular el recorrido vertical total ya que esta serie converge (tiene un valor determinado)

$$\frac{120}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)} + \frac{240}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)} = 720$$

$$\frac{a_1}{1 - r}$$

En conclusión la pelota recorrió un total de 720 cm hasta que esta deja de rebotar.